

Positronium

Martin Will, Fred Stober
Gruppe 106
Betreuer: Schmitt, Udo

17. Februar 2006

Zusammenfassung

In diesem Versuch soll die mittlere Lebensdauer von Positronium in Plexiglas gemessen werden. Als Positronenquelle dient der β^+ -Strahlers ^{22}Na .

Inhaltsverzeichnis

I Grundlagen	2
1 Paarvernichtung	2
2 Positronium	2
3 Positronium in Festkörpern	3
4 ^{22}Na -Quelle	4
II Versuchsaufbau und Durchführung	5
5 Aufbau	5
6 Eichung	6
7 Messung	7
III Auswertung	8
8 Bestimmung der Lebensdauer	8
9 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit	10

Literatur

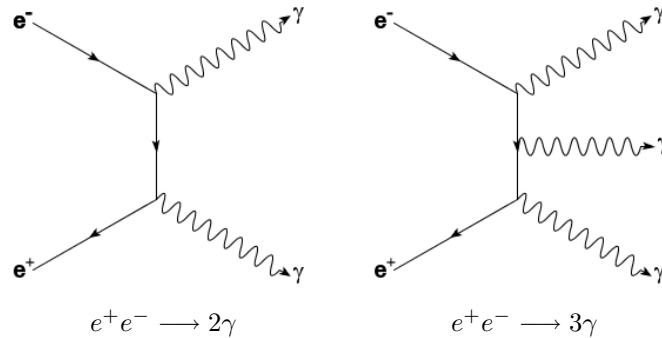
- [1] F.K. Schmidt und J. Wolf, 2005, *Einführung in das Kernphysikalische Praktikum* („Blaues Buch“)
- [2] Povh, Rith, Scholz und Zetsche, 2004, *Teilchen und Kerne*

Teil I

Grundlagen

1 Paarvernichtung

Ein Elektron kann mit einem Positron im Vakuum in zwei oder mehr Gammaquanten annihilieren. Der Zerfall in ein einziges Gammaquant ist aufgrund der Energie- und Impulserhaltung nur in Materie möglich. Dieser ist aufgrund des wesentlich kleineren Wirkungsquerschnitts jedoch zu vernachlässigen. Da pro emittiertem Gammaquant die Reaktion mit der elektromagnetischen Kopplungskonstanten $\alpha = \frac{1}{137}$ zusätzlich unterdrückt ist, sind nur diese beiden Reaktionen für das Experiment relevant:



Die Wirkungsquerschnitte ergeben sich nach Rechnung zu:

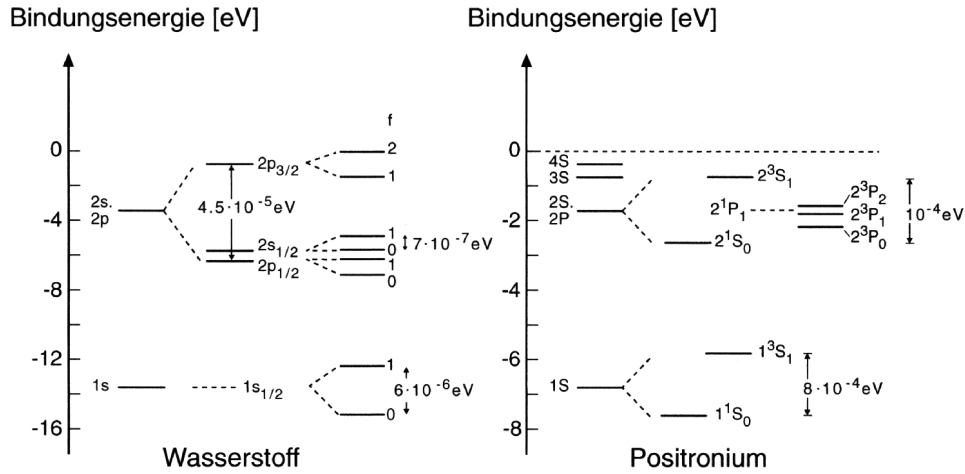
$$\sigma_{2\gamma} = \alpha \frac{\pi \hbar}{v}, \quad \sigma_{3\gamma} = \frac{3}{8} \alpha^2 \frac{\pi \hbar}{v} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{3}{8} \alpha = \frac{1}{372} \quad (2)$$

Bei den Rechnungen ist zu beachten, dass das Elektron und Positron Spin-1/2-Teilchen sind. Betrachtet man sie gemeinsam als System mit Gesamtdrehimpuls I und Bahndrehimpuls $L = 0$, so koppeln sie zu einem Singulett- ($I = 0$) und einem Triplett-Zustand ($I = 1$). Im Gegensatz dazu sind Photonen Bosonen, die den Spin $s = 1$ besitzen, also drei Polarisierungseinstellungen ($m_z = -1, 0, 1$) zulassen. Da jedoch Photonen keine Ruhemasse besitzen und sich daher mit Lichtgeschwindigkeit bewegen gibt es doch nur zwei Polarisationsrichtungen, entweder in Richtung des Impulses oder entgegengesetzt. Diese Einstellungen entsprechen der klassischen rechtszirkularen (Spin in Impulsrichtung) und linkszirkularen Polarisation (Spin entgegengesetzt zur Impulsrichtung). Zwei entgegengesetzt emittierte Photonen können also nur den Spin 0 oder Spin 2 davontragen. Daher kann nur der Singulett-Zustand in zwei Photonen annihilieren. Der Triplett-Zustand muss also in mindestens drei Photonen zerfallen, wodurch dieser Zerfall unwahrscheinlicher wird, wie man auch Gleichung (2) entnehmen kann.

2 Positronium

Ein Elektron-Positron-Paar kann nicht nur frei zerfallen, sondern auch einen Zustand bilden, der dem des Wasserstoffs stark ähnelt. Die Energiezustände des gebundenen e^+e^- -Systems können äquivalent zum Wasserstoffatom berechnet werden. Der Unterschied besteht nur darin, dass man eine etwa halb so große reduzierte Masse $\mu = \frac{m_e}{2}$ verwendet. Daher sind die Bindungsenergien der gebundenen Zustände nur halb so groß wie beim Wasserstoffatom ($E_0 = -6,8 \text{ eV}$), während der Bohrsche Radius doppelt so groß ist. Auch ist die Spin-Spin-Kopplung aufgrund des großen magnetischen Moments des Elektrons so groß, dass keine klare Hierarchie zwischen Fein- und Hyperfeinstruktur mehr vorhanden ist.



Energieniveauschema von Wasserstoff und Positronium. Dargestellt ist der $n = 1$ und $n = 2$ Zustand, sowie qualitativ die Fein- und Hyperfeinstrukturaufspaltung. (Quelle [2])

Wie beim freien Zerfall gibt es für Positronium im Grundzustand zwei Spinzustände. Der 1^1S_0 -Singulett-Zustand wird als **Parapositronium** bezeichnet und der 1^3S_1 -Triplett-Zustand wird **Orthopositronium** genannt. Da freies Orthopositronium aus Spinerhaltungsgründen nicht in zwei, sondern in mindestens drei Photonen zerfällt, ist seine Lebensdauer mit ca. 140 ns erheblich länger als die von Parapositronium mit 0,125 ns.

3 Positronium in Festkörpern

Energiereiche Positronen werden durch inelastische Stöße mit Elektronen aus dem Festkörper innerhalb von 10^{-12} s auf Energien im eV-Bereich abgebremst. Dass die Positronen nicht sofort mit den Elektronen zerstrahlen, liegt daran, dass die hohe Geschwindigkeit der Positronen für einen kleinen Annihilationswirkungsquerschnitt sorgen, wie man Gleichung (1) entnehmen kann. Die abgebremsten Positronen können nun entweder mit den Elektronen Paarvernichtung betreiben oder Positronium bilden. Um Positronium zu bilden, muss das Positron mindestens die Bindungsenergie $E_0 = -6,8$ eV und die Ionisationsenergie V der Atome bzw. Moleküle des Festkörpers besitzen, damit es ein Elektronen aus der Bindung befreien kann. Diese Energie wird mit E_{\min} bezeichnet. Die maximale Energie des Positrons, ab der es nur noch die Atome anregen würde ist $E_{\max} = E_a$, mit der niedrigsten Anregungsenergie E_a des Atoms. Also kann sich Positronium nur in einem bestimmten Energiebereich ΔE bilden:

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = E_a - V + 6,8 \text{ eV}$$

Diese Energie wird auch Ore-Gap genannt.

Wie in Gasen stellt man auch in Festkörpern eine langlebige und zwei kurzlebige Komponenten des Spektrums fest. Eine der kurzlebigen Komponenten mit einer mittleren Lebensdauer von ca. 0,5 ns stammt von der freien Annihilation und stellt mit 60–80% den Hauptanteil des Spektrums dar, der andere kurzlebige Anteil wird dem Parapositronium zugeschrieben und hat wie in Gasen eine mittlere Lebensdauer von 0,12 ns. Der langlebige Anteil stammt vom Orthopositronium, es zerfällt jedoch wesentlich früher als in Gasen bereits nach 2–4 ns. Neben der drastisch verkürzten Lebenszeit zerfällt es außerdem in Festkörpern fast ausschließlich in zwei Photonen und nicht wie in Gasen in mindestens drei. Hierfür sind hauptsächlich zwei Prozesse verantwortlich, die Umwandlung von Ortho- in Parapositronium sowie die Wechselwirkung des Orthopositroniums mit dem Festkörper.

Die Wechselwirkung des Positroniums mit den Elektronen und Magnetfeldern der Moleküle des Festkörpers werden **Pick-off-Prozesse** genannt. So stehen nun Stoßpartner zur Verfügung, die Impuls und Drehimpuls aufnehmen können. Orthopositronium kann so also genau wie Parapositronium den wesentlich wahrscheinlicheren Zweiquantenzerfall durchführen. Die Energie dieser beiden Quanten ist kontinuierlich bis maximal 511 keV, da ein Teil der Energie an den Stoßpartner abgegeben wird.

Die deutlich verkürzte Lebenszeit ist auf **Konversionsprozesse** zurückzuführen. Dabei tauschen Para- und Orthopositronium Elektronen mit den Molekülen des Festkörpers aus und wandeln sich so ineinander um. Die Umwandlung ist dabei jedoch wahrscheinlicher als der Zerfall des Triplettzustandes, aber weniger wahrscheinlich als der Zerfall des Singulettzustandes. Orthopositronium wird somit also zum

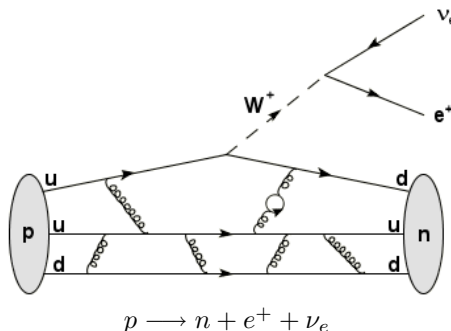
Großteil in Parapositronium umgewandelt, das umgekehrt eher in zwei Photonen mit einer diskreten Energie von 511 keV zerfällt als sich umzuwandeln. Es wird also netto Orthopositronium vernichtet, weshalb sich seine Lebensdauer wie folgt verkürzt:

$$\frac{1}{\tau_{Ortho}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_K}$$

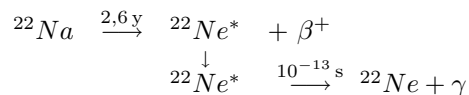
wobei τ_0 die ungestörte mittlere Lebensdauer ist, τ_P^{-1} und τ_K^{-1} beschreiben die Stärke der Pick-off bzw. Konversionsprozesse.

4 ^{22}Na -Quelle

Um Positronen zu erzeugen kann man z. B. einen β^+ -Strahler verwenden. β^+ -Zerfall tritt auf, wenn ein Kern zu viele Protonen besitzt. Dabei wandelt sich ein up-Quark eines Protons unter Aussendung eines virtuellen W^+ -Bosons in ein down-Quark um. Das W^+ -Boson zerfällt in ein Elektron-Neutrino und ein Anti-Elektron, wie es im folgenden Feynman-Diagramm dargestellt ist:



In diesem Experiment verwendet man den β^+ -Strahler ^{22}Na als Positronenquelle. Nach dem β^+ -Zerfall wird aus dem Natrium ein angeregtes Neon-Atom. Dieser angeregte Zustand besitzt jedoch eine äußerst kurze Lebensdauer und strahlt ein Gammaquant von $1,275 \text{ MeV}$ ab:

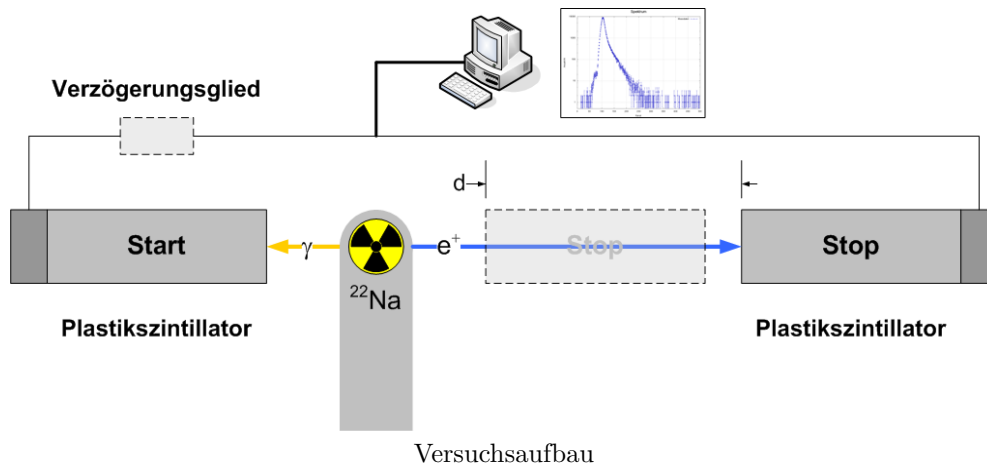


Da das Gammaquant im Rahmen der Zeitaufösung der Apparatur also praktisch zeitgleich mit dem Positron emittiert wird, wird es in diesem Experiment dafür verwendet, den Start der Zeitmessung zu triggern.

Teil II

Versuchsaufbau und Durchführung

5 Aufbau



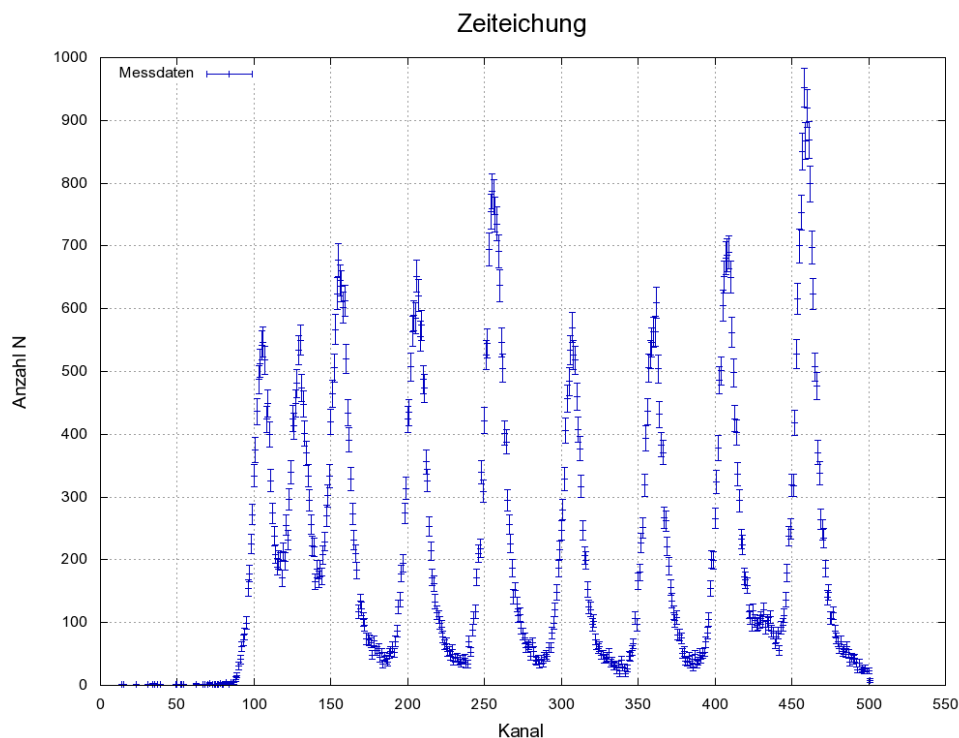
Der Aufbau besteht aus der ^{22}Na -Quelle, die in Plexiglas eingeschlossen ist, sowie aus zwei Szintillatoren. Die Detektoren sind in einem Winkel von 180° um die Quelle aufgestellt, einer liefert das Startsignal für die Messung, der andere das Stoppsignal. Es handelt sich um Plastikszintillatoren, die eine bessere Zeitauflösung haben als anorganische Szintillatoren. Sie weisen die Photonen hauptsächlich über den Comptoneffekt nach. Die Messelektronik ist über einen Photomultiplier an die Detektoren angeschlossen. Sie besteht hauptsächlich aus einem Zeit-Impuls-Konverter (TPC bzw. TAC), der Impulse erzeugt, deren Höhe proportional den Zeitdifferenzen zweier Ereignisse ist. Die Signale werden an einen angeschlossenen PC geleitet und dort dargestellt und gespeichert.

Sobald ein Quant des Gammazerfalls im linken Detektor gemessen wird startet die Messung und endet, sobald ein weiteres Quant im rechten Detektor gemessen wird. Die Zeitdifferenz zwischen den Signalen der beiden Detektoren wird vom TPC einem Kanal zugewiesen. Welcher Kanal welcher Impuls welcher Zeitdifferenz entspricht muss über eine Zeiteichung ermittelt werden.

6 Eichung

Der Zeit-Impuls-Konverter liefert lediglich Kanalnummern, sodass zunächst eine Eichung vorgenommen werden muss, die jedem Kanal einen Zeitraum zuordnet. Hierzu wird zunächst das komplette Spektrum des ^{22}Na aufgenommen. Es sind zwei Comptonkanten zu erkennen, eine für die Gammaquanten der Paarvernichtung mit 511 keV , eine für die Gammastrahlung des Präparats bei $1,27\text{ MeV}$. Nun wird die Schwelle des Startdetektors soweit heruntergesetzt, dass lediglich die Paarvernichtungsphotonen registriert werden und eine sogenannte Promptkurve aufgenommen. Werden bekannte Verzögerungsglieder vorgeschaltet und erneut Promptkurven aufgenommen, so befinden sich diese nun bei entsprechend höheren Kanälen. Über die Verzögerungen und Lage der Kurven kann also die Auflösung eines Kanals ermittelt werden.

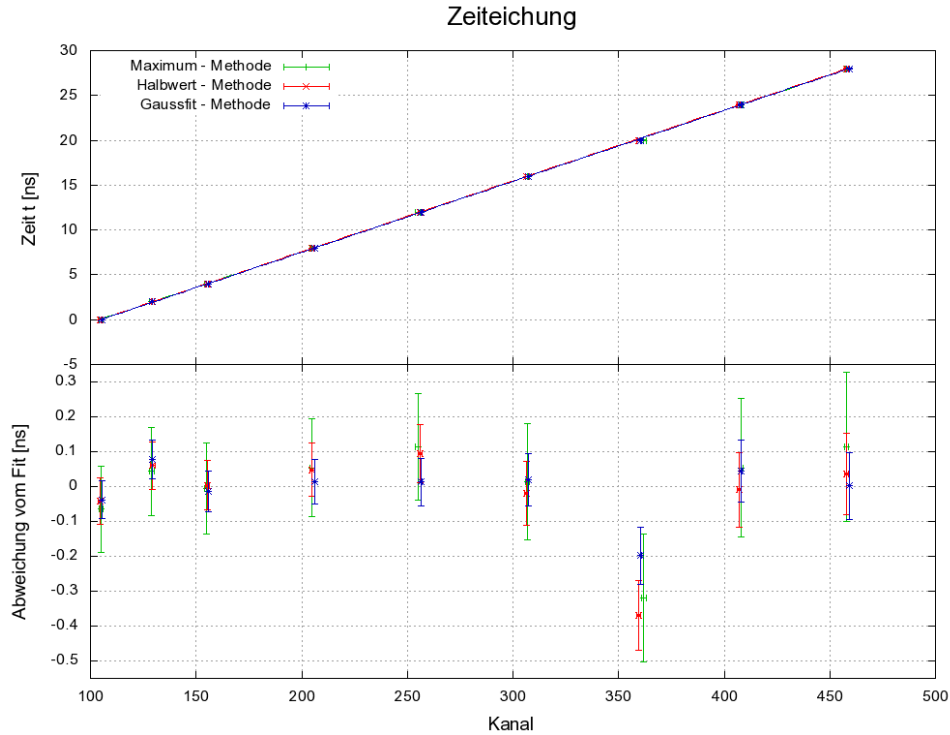
Für unsere Eichung nahmen wir neun Promptkurven auf:



Die Eichung wurde nun auf drei Weisen vorgenommen. Für die erste Methode wurden die Kanalnummern der Maxima bestimmt. Da der zeitliche Abstand zweier Maxima bekannt ist, kann aus der Differenz der Kanalnummern die zu den jeweiligen Kanälen gehörige Zeit bestimmt werden. Die zweite Methode ist fast identisch, nur dass statt der Maxima die Halbwertsbreiten der einzelnen Promptkurven verwendet werden um das Maximum zu bestimmen. Für die dritte Methode wurde an jeden Peak eine Gaußkurve angefitet und deren Mittelpunkt bestimmt.

Verzögerung	Maximum	Linker Halbwert	Rechter Halbwert
0	105	99	110
2	129	124	135
4	155	149	162
8	205	198	212
12	255	249	263
16	307	300	313
20	362	353	366
24	408	400	414
28	458	452	464

Die angepassten Kurven befinden sich im Anhang. Die drei Eichmethoden stimmen sehr gut miteinander überein, wie in folgendem Diagramm zu sehen ist. Im oberen Teil wurden die zu den Verzögerungen gehörenden Kanäle und die Ausgleichsgeraden eingezeichnet. Darunter wurde die Abweichung der Messdaten von den Ausgleichsgeraden eingezeichnet.



Wir erhalten mit den drei Methoden folgende Kanalaufösungen:

Methode	t_{res} [ns]	$\Delta t_{res,sys}$ [ns]
direkte Maximumbestimmung	0,07881 ±	0,00039
Halbwertsbreitenmethode	0,07910 ±	0,00021
Gaußsche Anpassung	0,07904 ±	0,00018

Weiter wurde der Ausgleichsgerade der Kanal des Zeitnullpunkts entnommen:

Methode	t_0 [Kanal]	$\Delta t_{0,sys}$ [Kanal]
direkte Maximumbestimmung	104,2 ±	2,0
Halbwertsbreitenmethode	104,5 ±	1,1
Gaußsche Anpassung	105,1 ±	0,9

Für die weitere Auswertung wurde die mit einem geringen Fehler behaftete Gaußsche Anpassungsmethode verwendet. Der Fehler auf die Zeiteichung wird in der weiteren Rechnung als systematischer Fehler behandelt.

7 Messung

Nach der Eichung kann nun die eigentliche Messung durchgeführt werden. Hierzu wird die Verzögerung wieder auf Null gesetzt sowie die Startschwelle wieder hochgesetzt, sodass die Registrierung der Quanten des Gammazerfalls im Startdetektor die Messung starten. Nun wird ungefähr eine Stunde lang gemessen. Um zusätzlich zur Lebensdauer des Positroniums noch die Lichtgeschwindigkeit bestimmen zu können wird der Stoppdetektor in zwei weiteren Messungen um 30 bzw. 60 cm verschoben, was das Stoppsignal um ungefähr einen bzw. zwei Lichtfuß verzögern sollte. Diese Verzögerung macht sich als Verschiebung des Spektrums zu einem höheren Kanal bemerkbar. Aus der Zeitdifferenz der Maxima des Spektrums kann dann die Lichtgeschwindigkeit berechnet werden, denn es gilt bekanntermaßen

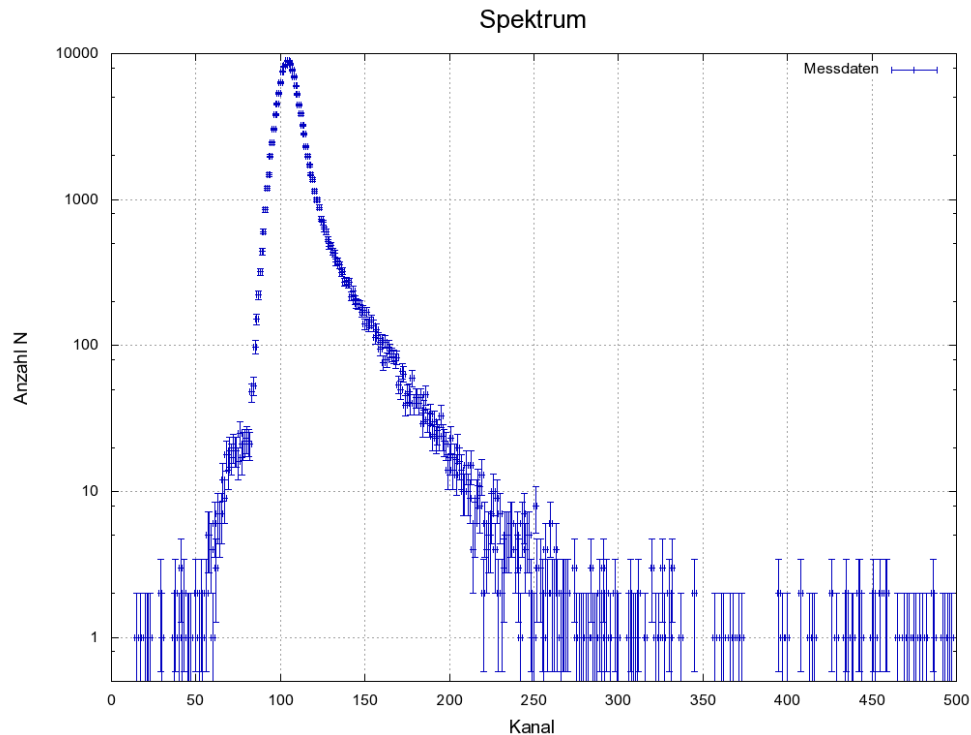
$$v = \frac{s}{t}$$

Teil III

Auswertung

8 Bestimmung der Lebensdauer

Nach einstündiger Messung erhielten wir folgendes Spektrum in logarithmischer Auftragung:

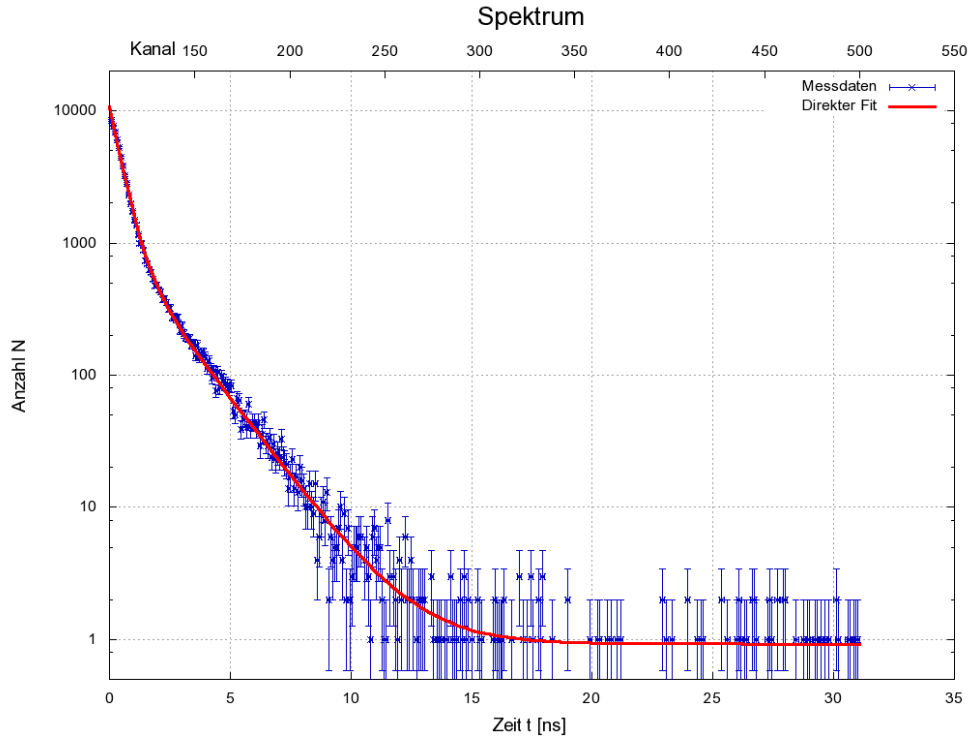


Mit Hilfe der oben durchgeführten Eichung wurde der Zeitnullpunkt gesetzt. Dabei wurde auch die x-Achse von Kanalnummern auf Nanosekunden umskaliert. Nun wurde die erwartete theoretische Kurve an die Messdaten angepasst. Sie hat die Form

$$N(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}} + C$$

C ist ein konstanter Untergrund, die Exponentialfunktionen beschreiben den kurz- bzw. langlebigen Anteil des Para- bzw. Orthopositroniums.

Bei der Kurvenanpassung ergab sich folgende Kurve:



In der logarithmischen Auftragung sind sehr gut die erwarteten Geraden für den kurz- und langlebigen Anteil, sowie ein kleiner Offset, der vom Hintergrund herrührt, erkennbar. Für die einzelnen Größen ergaben sich im Einzelnen folgende Werte:

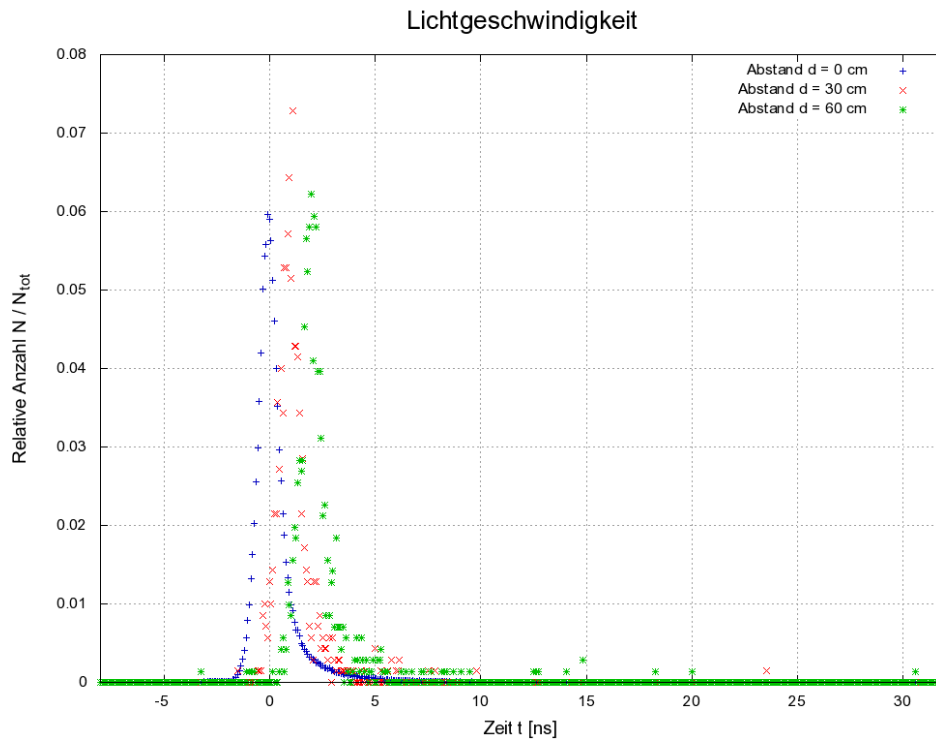
langlebiger Anteil	A	$= 1076 \pm 48_{stat}$
	τ_1	$= (1,7983 \pm 0,0328_{stat} \pm 0,0625_{sys}) \text{ ns}$
kurzlebiger Anteil	B	$= 9653 \pm 96_{stat}$
	τ_2	$= (0,4461 \pm 0,0061_{stat} \pm 0,0625_{sys}) \text{ ns}$
Hintergrund	C	$= 0,9252 \pm 0,1464_{stat}$

Dabei wurde der systematische Fehler auf die Zeitmessung als der Mittelwert des Fehlers zwischen Kanal 100 und Kanal 300 bestimmt. Wir erhalten also eine Lebensdauer für die langlebige Komponente, d. h. für das Orthopositronium, von $\tau_1 = (1,7983 \pm 0,0328_{stat} \pm 0,0625_{sys}) \text{ ns}$, dies liegt in etwa in der Größenordnung der erwarteten Lebensdauer von 2–4 ns. Weiterhin erhalten wir eine Lebensdauer für den kurzlebigen Anteil, also Parapositronium und freiem Zerfall, von $\tau_2 = (0,4461 \pm 0,0061_{stat} \pm 0,0625_{sys}) \text{ ns}$. Dies ist ebenfalls verträglich mit den Vorhersagen von 0,12 ns für Parapositronium, sowie 0,5 ns für die freie Annihilation. Aus den Intensitäten der Anteile ist weiterhin ersichtlich, dass die kurzlebige Komponente deutlich überwiegt, was vor allem der freien Paarvernichtung zuzuschreiben ist. Das Verhältnis der beiden Komponenten ergibt sich zu

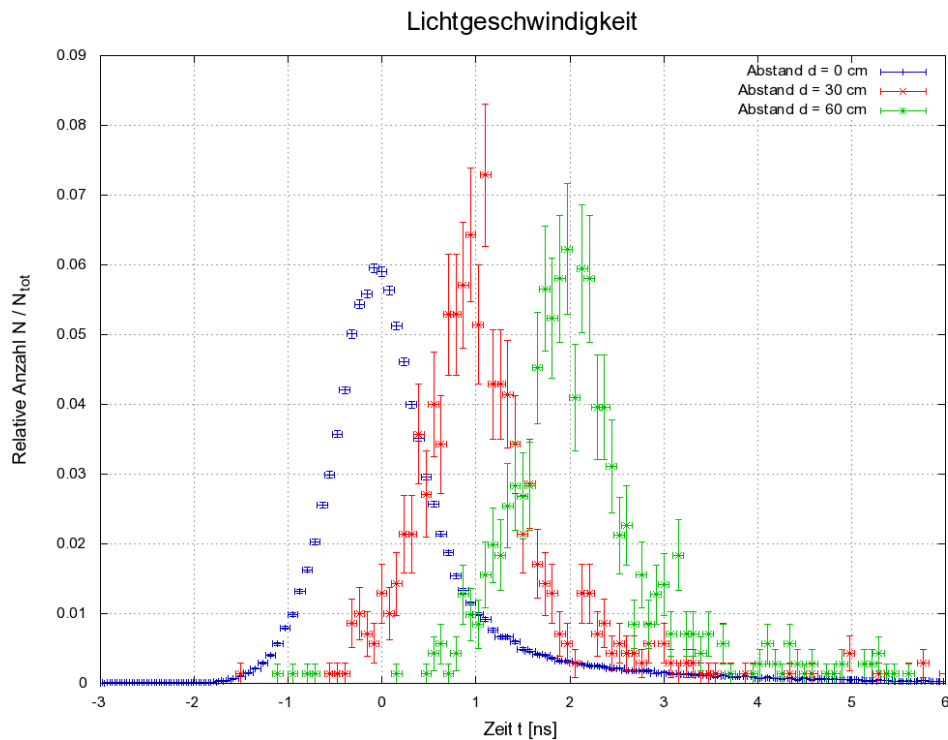
$$\frac{\tau_1 A}{\tau_2 B} = 0,4493 \pm 0,0229_{stat} \pm 0,0786_{sys}$$

9 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

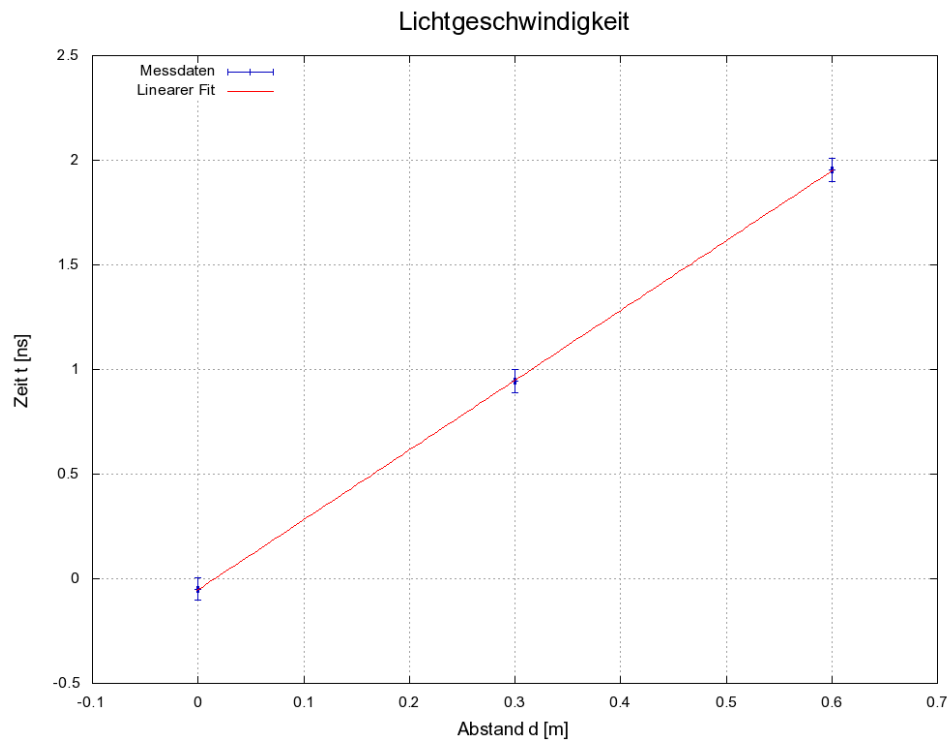
Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit wurde der Stopppdetektor um 30 cm, anschließend um 60 cm verschoben und ebenfalls ein spektrum aufgenommen. Aus der Verschiebung des Maximums des Spektrums vom Nullpunkt kann die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden. Es ergaben sich folgende Kurven:



Im folgenden Diagramm wurden zusätzlich noch die Fehlerbalken eingezeichnet. Es ist deutlich sichtbar, dass bei den Messungen mit verschobenem Detektor die Fehler größer ausfallen, da sowohl aus zeitlichen Gründen, als auch wegen dem größeren Abstand eine geringere Zahl an Ereignissen aufgenommen wurde.



An die drei Kurven wurde jeweils eine Gaußkurve angefitet und somit das Maximum bestimmt. Die Zeiten der Maxima wurden über den Abstand aufgetragen. Aus der Geradensteigung lässt sich im weiteren die Lichtgeschwindigkeit berechnen.



Wir erhalten als Wert für die Lichtgeschwindigkeit samt Standardabweichung, die uns GnuPlot liefert:

$$c = (299.862.905 \pm 1.316.622) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dies stimmt erstaunlich gut mit dem Literaturwert von $c = 299.792.458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ überein.