

Paritätsverletzung

(Überarbeitete Version)

Fred Stober, Martin Will
Gruppe 106
Betreuer: Eichelhardt, Frank

28. Januar 2006

Zusammenfassung

In diesem Versuch soll die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung mit Hilfe der pseudoskalaren Größe Helizität nachgewiesen werden. Dazu untersuchen wir die Polarisation von Bremsstrahlung, die durch den Beta-Zerfall von $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ ausgelöst wird.

Inhaltsverzeichnis

I	Theoretische Grundlagen	1
1	Die Parität	2
2	Paritätsverletzung	2
3	Polarisation von Elektronen und Photonen	3
4	β^- – Zerfall	4
II	Experimentelle Grundlagen	5
5	Helizitätsübertrag	5
6	Messung der Zirkularpolarisation der Photonen	5
III	Versuchsaufbau und Durchführung	6
7	Aufbau	6
8	Eichung	7
9	Durchführung	7
IV	Auswertung	8
10	Allgemeines	8
11	Kleine Fehlerrechnungskunde	9
12	Mittelwertmethode	10
13	Summenmethode	10
14	Gewichtete Mittelwertmethode	10
15	Bestimmung der Polarisation P_C und der Helizität H	11

Literatur

- [1] F.K. Schmidt und J. Wolf, 2005, *Einführung in das Kernphysikalische Praktikum* („Blaues Buch“)
- [2] F. Stober und M. Will, 2004, *Praktikum P2-72 Gammaskopie*

Teil I

Theoretische Grundlagen

1 Die Parität

Für diesen Versuch ist das Verständnis des Paritätsoperators notwendig. Der Paritätsoperator entspricht einer Punktspiegelung am Ursprung:

$$P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r})$$

Hierbei ist P der Paritätsoperator und $\Psi(\vec{r})$ eine Wellenfunktion im Ortsraum. Die Eigenwertgleichung für einen Zustand $|a\rangle$ mit definierter Parität lautet:

$$P|a\rangle = \pi_a|a\rangle$$

Wie oben ersichtlich ist gilt $P^2 = 1$. Hiermit erhält man die möglichen Eigenwerte π_a :

$$P^2|a\rangle = \pi_a P|a\rangle = \pi_a^2|a\rangle = |a\rangle \Rightarrow \pi_a = \pm 1$$

Für den Eigenwert $\pi_a = +1$ spricht man von einem **symmetrischen** Zustand und für den Eigenwert $\pi_a = -1$ von einem **asymmetrischen** Zustand.

Ein Operator O transformiert sich unter der Paritätsoperation auf diese Art:

$$POP^{-1} = \pi_O O$$

Hier ist das Transformationsverhalten einiger Operatoren aufgelistet:

Operator	Wirkung	Parität
Ortsoperator	$\vec{r} \quad P\vec{r}P^{-1} = -\vec{r}$	-1
Impulsoperator	$\vec{p} \quad P\vec{p}P^{-1} = -\vec{p}$	-1
Spin	$\vec{\sigma} \quad P\vec{\sigma}P^{-1} = \vec{\sigma}$	+1
Drehimpuls	$\vec{l} \quad P\vec{l}P^{-1} = \vec{l}$	+1

Einen skalaren, also drehinvarianten, Operator mit der Parität -1 , der also unter Raumspiegelung das Vorzeichen wechselt, nennt man **Pseudoskalar**.

2 Paritätsverletzung

Nach dem Noether-Theorem führt jede Symmetrie, also die Invarianz eines Operators unter einer Symmetrietransformation, zu einem Erhaltungssatz.

Bekannt Beispiele hierfür sind die Impulserhaltung, Drehimpulserhaltung und Energieerhaltung, die sich auf die Invarianz unter Translation, Raumdrehung und Zeitumkehr zurückführen lassen.

Wären nun die Naturgesetze invariant unter Raumspiegelungen, so würde daraus aufgrund des Noether-Theorems die Paritätserhaltung folgen.

Möchte man nun überprüfen, ob eine Theorie paritätserhaltend ist, so muss man den Erwartungswert eines Operators messen, der sich unter Raumspiegelungen ändert. Dafür bieten sich Pseudoskalar an. Für einen Pseudoskalar $x(|\vec{r}|)$ bei Paritätserhaltung gilt:

$$x(|\vec{r}|) = x(|-\vec{r}|) = Px(|\vec{r}|) = -x(|\vec{r}|) \Rightarrow x(|\vec{r}|) = -x(|\vec{r}|) \Rightarrow x(|\vec{r}|) \equiv 0$$

In einer paritätserhaltenden Theorie verschwindet also notwendigerweise der Erwartungswert des Pseudoskalar. Misst man jedoch einen von Null verschiedenen Erwartungswert, so muss die Parität verletzt sein.

Historisch wurde die Paritätsverletzung durch Chien-Shiung Wu gefunden. Dabei wurde die Winkelverteilung $W(\vec{p}_e, \vec{J})$ der β^- Emission von polarisierten ^{60}Co -Kernen gemessen. Die Winkelverteilung hat die Form:

$$W(\vec{p}_e, \vec{J}) = 1 + \frac{v}{c} PA \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{J}}{|\vec{p}_e| |\vec{J}|}$$

Hierbei ist \vec{p}_e der Impuls des Elektrons, \vec{J} der Kernspin, P der Polarisationsgrad des ^{60}Co und A eine Konstante.

In der Winkelverteilung steckt die pseudoskalare Größe $\vec{p}_e \cdot \vec{J}$, so dass man erkennt, dass für eine paritätserhaltende Theorie die Winkelverteilung $W(\vec{p}_e, \vec{J}) = 1$ isotrop ist, also keinerlei Asymmetrie vorhanden ist. Es wurde in diesem Experiment jedoch eine Asymmetrie gemessen, womit die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung nachgewiesen wurde.

Der Versuch von Wu ist jedoch etwas aufwendig, so dass man in diesem Praktikum eine andere pseudoskalare Größe misst.

Wir verwenden die Helizität:

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|}$$

Das ist die Projektion des Elektronenspins auf die Flugrichtung und wird auch **longitudinale Polarisation** genannt.

$$PHP^{-1} = \frac{P(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})P^{-1}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} = \frac{P\vec{\sigma}P^{-1}P\vec{p}P^{-1}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} = \frac{\vec{\sigma} \cdot (-\vec{p})}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} = -H$$

Wir erwarten also, dass wir eine nichtverschwindende longitudinale Polarisation der Elektronen messen, da die Parität für die schwache Wechselwirkung maximal verletzt ist.

3 Polarisation von Elektronen und Photonen

Im Versuch beschäftigen wir uns also mit der Polarisation der Elektronen. Man definiert die Polarisation P eines einzelnen Teilchens als den Anteil des Spins \vec{S} , den das Teilchen in eine ausgezeichnete Richtung (o.B.d.A. in Richtung der z-Achse) hat:

$$P = \frac{\langle S_z \rangle}{|\vec{S}|}$$

Der Spin-Operator wird für Spin-1/2-Teilchen (wie z.B. Elektronen) durch die Paulimatrizen ausgedrückt:

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} = \frac{\hbar}{2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$$

mit

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Als Basisvektoren des $2s + 1$ - dimensionalen Spinraums wählt man die Eigenzustände $|s, m_z\rangle$ bezüglich \vec{S}^2 und S_z :

$$\begin{aligned} \vec{S}^2 |s, m_z\rangle &= s(s+1) |s, m_z\rangle \\ S_z |s, m_z\rangle &= m_z |s, m_z\rangle \\ -s &\leq m_z \leq s \end{aligned}$$

In der obigen Darstellung kann man die Basiszustände schreiben als:

$$\left| s = \frac{1}{2}, m_z = \frac{1}{2} \right\rangle = |+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left| s = \frac{1}{2}, m_z = -\frac{1}{2} \right\rangle = |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ein allgemeiner Zustand Ψ ist dann gegeben durch

$$\Psi = \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix}, \quad a_+^2 + a_-^2 = 1$$

Für diesen Zustand kann man die Polarisation P berechnen:

$$P = \frac{\langle S_z \rangle}{|\vec{S}|} = \langle \sigma_z \rangle = \langle \Psi | \sigma_z | \Psi \rangle = a_+^2 - a_-^2, \quad -1 \leq P \leq 1$$

Betrachtet man nun nicht mehr nur ein einzelnes Teilchen sondern eine Gesamtheit von vielen Teilchen, so liegt kein reiner Zustand mehr vor und die Polarisation P hängt von der Wahrscheinlichkeit p_{m_z} ab, einen reinen Zustand zu finden:

$$\begin{aligned} P &= \overline{\langle \sigma_z \rangle} \\ &= p_+ \langle + | \sigma_z | + \rangle + p_- \langle - | \sigma_z | - \rangle \\ &= p_+ - p_-, \quad p_+ + p_- = 1 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit p_+ und p_- erhält man im Experiment, indem man die Häufigkeit der beiden Zustände zählt:

$$p_+ = \frac{N_+}{N_+ + N_-}, \quad p_- = \frac{N_-}{N_+ + N_-}$$

$$\Rightarrow P = p_+ - p_- = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

In den obigen Überlegungen hat man nur die nichtrelativistische Quantenmechanik verwendet, in der es keine Kopplung zwischen Spin und Impuls gibt, so dass für das Elektron und die Gesamtheit der Elektronen eine vollständige transversale Polarisation möglich ist. Verwendet man dagegen die relativistische Quantenmechanik mit der Dirac-Gleichung für Spin-1/2-Teilchen, so erhält man, dass das Elektron immer eine Spinkomponente in Richtung des Impulses besitzt. Für diese longitudinale Polarisation gilt:

$$P \rightarrow 0 \text{ für } v \rightarrow 0 \text{ und}$$

$$P \rightarrow 1 \text{ für } v \rightarrow c$$

Im Gegensatz dazu sind Photonen Bosonen die den Spin $s = 1$ besitzen, also drei Polarisationsrichtungen ($m_z = -1, 0, 1$) zulassen. Da jedoch Photonen keine Ruhemasse besitzen und sich daher mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, gibt es doch nur zwei Polarisationsrichtungen, entweder in Richtung des Impulses oder entgegengesetzt. Diese Einstellungen entsprechen der klassischen rechtszirkularen (Spin in Impulsrichtung) und linkszirkularen (Spin entgegengesetzt zur Impulsrichtung) Polarisation.

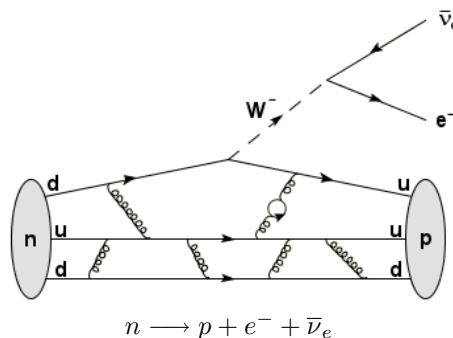
Möchte man nun die zirkulare Polarisation einer Gesamtheit an Photonen beschreiben, so kann man dies genauso wie bei den Elektronen durchführen

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

wobei N_+ die Zahl der rechtszirkular Polarisierten Photonen (γ -Quanten) sind.

4 β^- - Zerfall

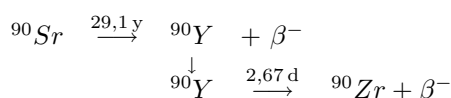
Der β^- -Zerfall tritt bei Kernen auf, die zu viele Neutronen besitzen, um stabil zu sein. Dabei wandelt sich ein Neutron unter Aussendung eines Elektrons und Anti-Neutrinos in ein Proton um. Der Vorgang beruht auf der schwachen Wechselwirkung und ist im folgenden Feynmann-Diagramm dargestellt:



Ein down-Quark des Neutrons wandelt sich also unter Emission eines virtuellen W^- Bosons in ein up-Quark um. Das W^- Boson zerfällt dann in ein Elektron (β^- -Strahlung) und ein Anti-Elektron-Neutrino $\bar{\nu}_e$. Dabei bleibt im Atomkern die Massenzahl A gleich, die Kernladungszahl Z erhöht sich jedoch um eins.

Das Neutrino sorgt bei der Wechselwirkung dafür, dass ein kontinuierliches Energiespektrum der Elektronen beobachtet werden kann, da es einen Teil der Energie wegtragen kann. Das Neutrino hat zudem eine Beziehung zur Paritätsverletzung. Wenn die Parität erhalten wäre, müßten rechts- und linkshändige Neutrinos gleichoft vorkommen. Im Experiment wurden bisher aber nur linkshändige Neutrinos und rechtshändige Anitneutrinos beobachtet. Die Parität in der schwachen Wechselwirkung muss demnach „maximal“ verletzt sein.

Beispielhaft sei hier noch die Zerfallsreihe des später verwendeten Präparats dargestellt.



Teil II

Experimentelle Grundlagen

5 Helizitätsübertrag

Da die Helizität H nicht direkt gemessen werden kann, muss sie in diesem Versuch indirekt bestimmt werden. Hierzu werden die Elektronen des β -Zerfalls direkt nach der radioaktiven Quelle in einer Bleischicht abgebremst, wodurch Bremsstrahlung erzeugt wird. Die Helizität, also die longitudinale Polarisation der Elektronen, überträgt sich dabei in Form der zirkularen Polarisation P_c teilweise auf die Photonen der Bremsstrahlung. Dabei führt eine negative Helizität der Elektronen zu einer negativen, also linkszirkularen Polarisation der Photonen. Es wird umso mehr Helizität übertragen, je energiereicher die Photonen sind, der Übertrag ist jedoch kaum abhängig von der Energie der Elektronen. Formal gilt die Gleichung

$$H = \frac{P_c}{L}$$

wobei L der Helizitätsübertrag ist. Diese Größe kann leider nur mit Hilfe eines Diagramms aus dem „blauen Buch“ [1] abgeschätzt werden.

6 Messung der Zirkularpolarisation der Photonen

Nachdem die Helizität der Elektronen auf die Bremsstrahlung übertragen wurde, muss nun ein Weg gefunden werden die Polarisation der Photonen zu messen. Hierzu wird die Comptonstreuung an polarisierten Elektronen verwendet. Als Streuer wird Eisen verwendet, dessen Elektronen von einem Magnetfeld polarisiert werden. Dabei werden von den 26 Elektronen des Eisens nur die beiden Außenelektronen des Eisens polarisiert, da sie die einzigen sind, die nicht mit einem anderen Elektron spingekoppelt sind. Der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k}{k_0} \right)^2 (\Phi_0 + f P_c \Phi_c)$$

hängt vom klassischen Elektronenradius r_0 , dem Verhältnis der Impulse des gestreuten und des einfallenden Photons $\frac{k}{k_0}$, sowie dem Polarisationsgrad $f = \frac{2}{26}$ des Eisens und der Zirkularpolarisation P_c der Photonen. Die Größen Φ_0 und Φ_c sind gegeben durch

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= 1 + \cos^2 \theta + (k_0 - k) \cdot (1 - \cos \theta) \\ \Phi_c &= -(1 - \cos \theta) \cdot [(k_0 + k) \cos \theta \cos \psi + k \sin \theta \sin \psi \cos \phi]\end{aligned}$$

wobei θ der Streuwinkel, ψ der Winkel zwischen \vec{k}_0 und dem Elektronenspin \vec{S} , ϕ der Winkel zwischen $(\vec{k}_0 \cdot \vec{S})$ -Ebene und $(\vec{k}_0 \cdot \vec{k})$ -Ebene ist.

Φ_0 ist also polarisationsunabhängig, Φ_c hingegen hängt über ψ mit der Ausrichtung des Spins der Elektronen zusammen. Wird also das Magnetfeld umgepolt, so klappt der Spin der Außenelektronen des Eisens um und der Winkel ψ geht in den Winkel $\psi + \pi$ über.

$$\begin{aligned}\Phi_c(\psi + \pi) &= -(1 - \cos \theta) \cdot [(k_0 + k) \cos \theta \cos(\psi + \pi) + k \sin \theta \sin(\psi + \pi) \cos \phi] \\ &= -(1 - \cos \theta) \cdot [-(k_0 + k) \cos \theta \cos \psi - k \sin \theta \sin \psi \cos \phi] = -\Phi_c(\psi)\end{aligned}$$

Φ_c ändert also das Vorzeichen. Im folgenden seien N_+ die Anzahl der gestreuten Photonen, wenn der Elektronenspin ungefähr parallel zum einfallenden Photon ist, also $0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$, N_- entsprechend die Anzahl, wenn der Spin antiparallel zum einfallenden Photon steht, also $\pi \leq \psi \leq \frac{3\pi}{2}$, Φ_c^+ und Φ_c^- seien die dazugehörigen Komponenten des Wirkungsquerschnitts, wobei natürlich $\Phi_c^+ = -\Phi_c^-$ gilt. Weiterhin sind die Zählraten proportional zum Wirkungsquerschnitt, $N_{\pm} \propto \frac{d\sigma}{d\theta} = \tilde{C} \cdot (\Phi_0 + f P_c \Phi_c^{\pm})$, wobei $\tilde{C} = konst.$

Die Asymmetrie E der Zählraten kann nun durch die Komponenten des Wirkungsquerschnitts ausgedrückt werden, die Proportionalitätsfaktoren sowie die Konstante \tilde{C} kürzen sich weg:

$$\begin{aligned} E &= \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+} = \frac{(\Phi_0 + fP_c\Phi_c^-) - (\Phi_0 + fP_c\Phi_c^+)}{(\Phi_0 + fP_c\Phi_c^-) + (\Phi_0 + fP_c\Phi_c^+)} \\ &= \frac{(\Phi_0 + fP_c\Phi_c^-) - (\Phi_0 - fP_c\Phi_c^-)}{(\Phi_0 + fP_c\Phi_c^-) + (\Phi_0 - fP_c\Phi_c^-)} \\ &= \frac{2fP_c\Phi_c^-}{2\Phi_0} = f \cdot P_c \cdot \frac{\Phi_c^-}{\Phi_0} \end{aligned}$$

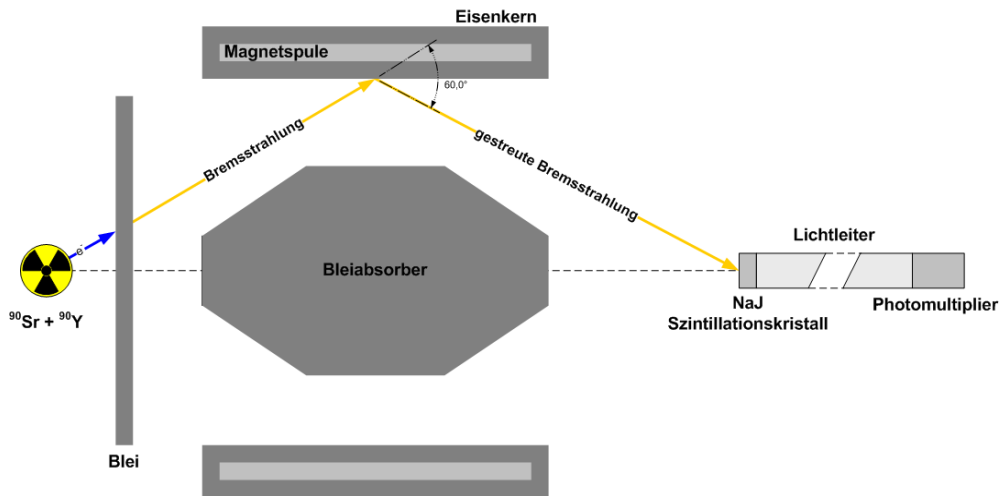
Es kann also von der Asymmetrie der Zählraten E der Comptongestreuten Bremsphotonen auf deren zirkuläre Polarisation P_c geschlossen werden und mit Hilfe des Helizitätsübertrags L die Helizität H der Elektronen des β -Zerfalls abgeschätzt werden. Die Parität bei der schwachen Wechselwirkung ist dann verletzt, wenn sich für E , P_c und P in Mittelwerte ergeben, die von Null verschieden sind.

Um ein möglichst deutliches Anzeichen einer Paritätsverletzung zu finden, wäre es wünschenswert für die Asymmetrie E einen möglichst hohen Wert zu messen. Hierzu wird versucht, den Faktor $\frac{\Phi_c^-}{\Phi_0}$ zu maximieren. Dieser ist abhängig von der Photonenenergie, weshalb man lediglich Photonen über 1 MeV zählt. Weiterhin ist der Faktor abhängig vom Versuchsaufbau, bei Vorwärtsstreuung wird er unter einem Winkel von 60° maximal. Die Versuchsanordnung ist entsprechend aufgebaut, wodurch man für den Faktor einen Wert von $\frac{\Phi_c^-}{\Phi_0} = 0,52 \pm 0,05$ erhält.

Teil III

Versuchsaufbau und Durchführung

7 Aufbau



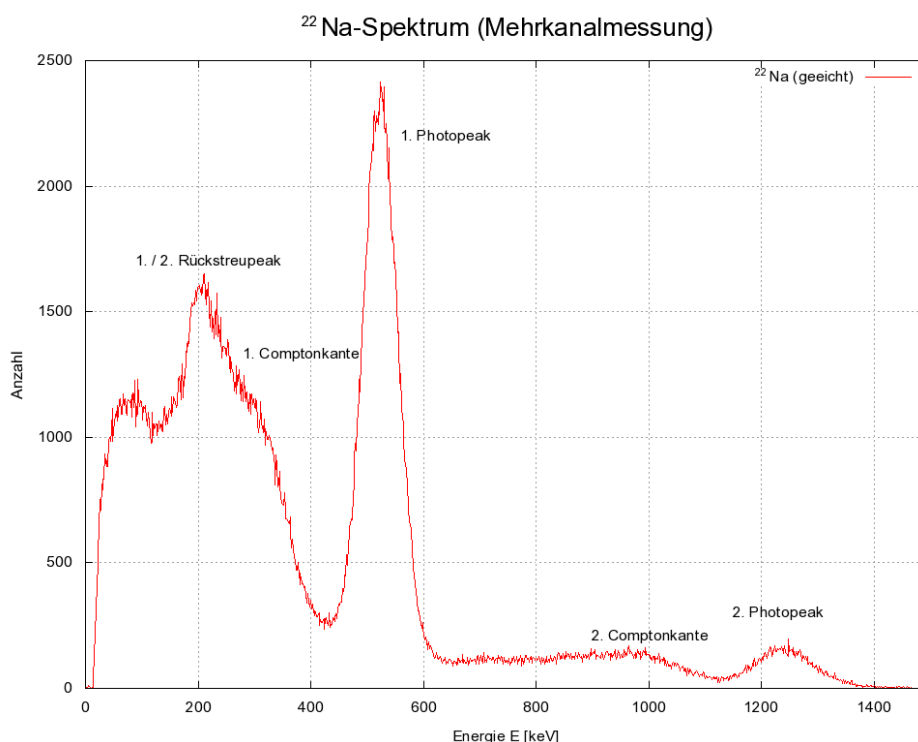
Unmittelbar nach dem radioaktiven Präparat befindet sich eine Bleiplatte, in der die Elektronen abgebremst werden und die Bremsstrahlung erzeugt wird. Wie schon erwähnt werden nur die Quanten gemessen, die unter einem Winkel von 60° gestreut werden, weshalb sich in der Mitte der Apparatur ein entsprechend geformter Bleiabsorber befindet, der außerdem verhindert, dass Photonen auf direktem Wege in den NaJ -Szintillator gelangen. Um den gesamten Aufbau befindet sich eine zylinderförmige Spule mit Eisenkern, an der die Bremsquanten Comptongestreuert werden. Nachdem die Photonen in den Szintillator eingetreten und dort einen Impuls ausgelöst haben, wird das Signal über einen Lichtleiter zum Photomultiplier (SEV) geleitet, wo es verstärkt und an die Zähl Elektronik geleitet wird. Der Lichtleiter ist nötig, damit sich der SEV außerhalb des Magnetfeldes befinden kann, das sonst Störeffekte hervorrufen würde.

8 Eichung

Da erst bei Photonen ab einer gewissen Energie genügend Helizität übertragen wird, muss die Zählapparatur so geeicht werden, dass sie nur Photonen ab einer Energie von ca. 1 MeV gezählt werden. Hierbei muss beachtet werden, dass die Photonen bei der Comptonstreuung Energie verlieren. Mit $\theta = 60^\circ$ und mit einer vorgegebenen Grenzenergie von $E = 1 \text{ MeV}$ gilt:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{E_0}(1 - \cos \theta)} = \frac{2E_0E}{2E_0 + E} = \frac{2m_e c^2 \cdot 1 \text{ MeV}}{2m_e c^2 + 1 \text{ MeV}} \approx 505,83 \text{ keV}$$

Die Zählelektronik sollte also so geeicht werden, dass nur Photonen mit einer Energie überhalb 506 keV gemessen werden. Dies geschieht mit Hilfe eines ^{22}Na -Präparats. Bei ^{22}Na handelt es sich um einen β^+ -Strahler, d. h. es sendet Positronen aus. Desweiteren sendet ^{22}Na Gammaquanten mit einer Energie von 1276 keV aus, was sich im Spektrum als Photopeak äußert. Da es sich bei den Positronen um die Antiteilchen der Elektronen handelt, werden die Positronen recht schnell mit einem Elektron annihilieren. Bei dieser Paarvernichtung werden zwei Photonen mit einer charakteristischen Energie von 511 keV ausgesendet, was im Spektrum einen weiteren, jedoch viel deutlicher ausgeprägten Photopeak hervorruft. Das gesamte Spektrum sieht wie folgt aus:



Spektrum von ^{22}Na mit eingezeichneten Rückstreupeaks, Comptonkanten und Photopeaks (Quelle: [2])

Da der Paarvernichtungspeak so deutlich ausgeprägt ist und mit 511 keV nahe genug an der Grenzenergie von 506 keV liegt, kann man über ihn die Apparatur eichen, indem man den Diskriminator alle Photonen unterhalb des Paarvernichtungspeaks von der Messung ausschließen lässt.

Stellt man nun das ^{22}Na -Präparat direkt vor den Szintillator, so kann man den Annihilationspeak auf dem Oszillator deutlich erkennen und den Diskriminator entsprechend einstellen. Bei unserer Eichung stellten wir den Diskriminator auf einen Wert von 1,7.

9 Durchführung

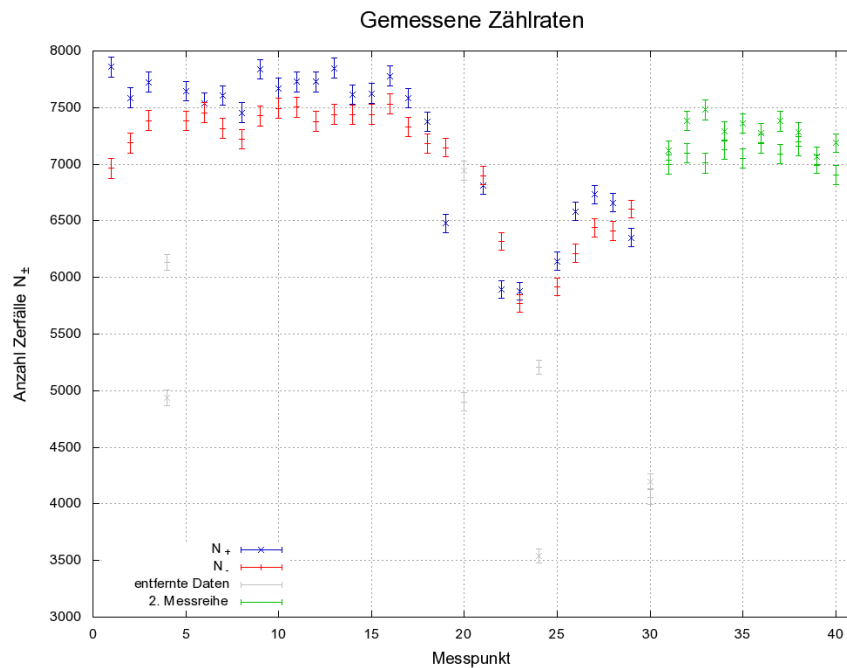
Nach der Eichung der Zählelektronik wurden zunächst zehn Testmessungen zu je 30 Sekunden durchgeführt, wobei zwischen zwei Datenpunkten das Magnetfeld umgepolt wurde, um zu überprüfen, ob der Diskriminator gut eingestellt wurde und brauchbare Zählraten liefert. Da die von uns gewählte Einstellung gute Ergebnisse lieferte, wurde die Einstellung des Diskriminators belassen. Zusätzlich zu den fünf Testdatenpaaren wurden weitere 25 Datenpaare aufgenommen, ebenfalls mit einer Dauer von jeweils 30 Sekunden. Nach einer Abkühlungsphase des Magneten wurden weitere zehn Paare gemessen.

Teil IV

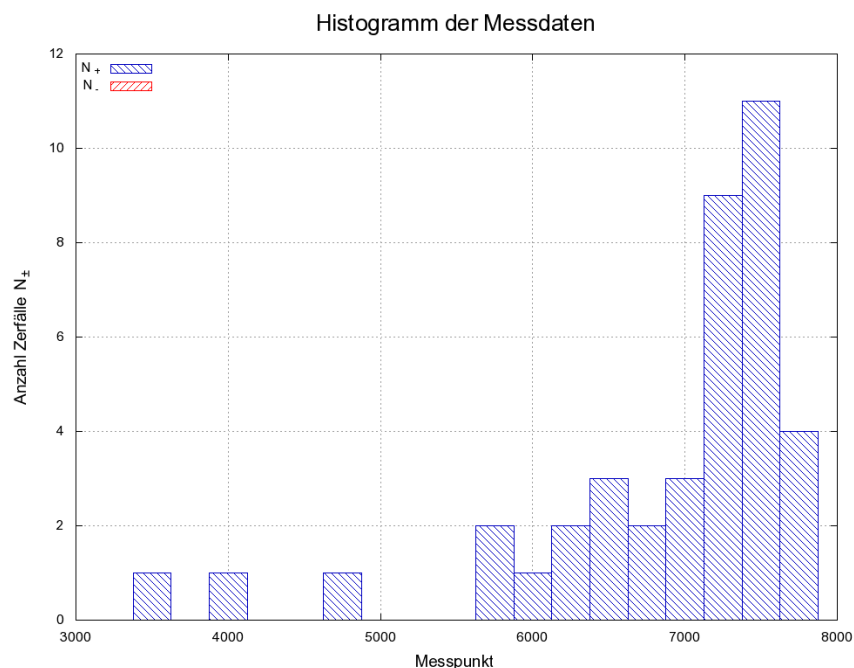
Auswertung

10 Allgemeines

Zunächst wurde der Zähler mit dem ^{22}Na geeicht. Danach haben wir 30 Datenpaare aufgenommen. Hierfür wurden jeweils 30 s lang Gammaquanten gezählt, die durch das magnetisierte Eisen abgelenkt wurden. Zwischen jeder Einzelmessung wurde dabei das Magnetfeld umgepolt. Dabei war es nicht möglich, die Orientierung des Magnetfeldes festzustellen, weshalb die Zuordnung zu N_+ und N_- willkürlich geschah. Da es jedoch nur darauf ankommt, eine nichtverschwindende Helizität zu messen, ist dies nicht von Belang.



Man erkennt, dass bei längerem Betrieb des Magneten die Zählrate deutlich abnimmt, was auf die Erwärmung des Magneten und Hysterese-Effekte zurückzuführen ist, so dass wir nach den 30 Messungen den Magneten abkühlen ließen und weitere 10 Messungen durchführten. Diese liegen wieder ungefähr auf dem Niveau der ersten Messungen.



Wie man deutlich erkennt, liegen sechs Zählraten mehrere Standardabweichungen vom Mittelwert der Zählraten entfernt. Diese und ihre Partnermessung wurden daher in der folgenden Analyse von den Messdaten ausgeschlossen.

Zur Auswertung sollen zwei verschiedene Methoden verwendet werden:

1. Bei der ersten Methode wird die Asymmetrie bzw. Polarisation jeder einzelnen Messung berechnet und am Ende der Mittelwert gebildet. (Mittelwertmethode)
2. Die zweite Methode verwendet die Summe der Zählraten, um die Asymmetrie und Polarisation zu bestimmen. (Summenmethode)

Zusätzlich haben wir eine weitere Methode angewandt:

3. Bei der dritten Methode haben wir die erste Methode verfeinert, indem wir den Mittelwert aus den mit den Fehlern gewichteten Daten berechnet haben.

11 Kleine Fehlerrechnungskunde

Hier soll ein kurzer Überblick über die Formeln, die in der Fehlerrechnung Verwendung finden, gegeben werden.

In diesem Versuch treten sowohl statistische als auch systematische Fehler auf. Für die statistischen Fehler σ_f auf eine Größe $f(x_1, \dots, x_n)$ wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet, für die systematischen Fehler Δf die Größtfehleraddition:

$$\begin{aligned} \text{Gaußsche Fehlerfortpflanzung} \quad \sigma_f &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \\ \text{Größtfehleraddition} \quad \Delta f &= \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \end{aligned}$$

Um bei einer Messung der Asymmetrie E die Standardabweichung σ_E auf die einzelne Messung mit den Zählraten N_+ und N_- zu berechnen, verwendet man folgende Formel der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned} \sigma_E &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial N_+} \sigma_{N_+} \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial N_-} \sigma_{N_-} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2 \cdot N_-}{(N_+ + N_-)^2} \sigma_{N_+} \right)^2 + \left(-\frac{2 \cdot N_+}{(N_+ + N_-)^2} \sigma_{N_-} \right)^2} = 2 \sqrt{\frac{N_-^2 \cdot \sigma_{N_+}^2 + N_+^2 \cdot \sigma_{N_-}^2}{(N_+ + N_-)^4}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{N_-^2 \cdot N_+ + N_+^2 \cdot N_-}{(N_+ + N_-)^4}} = 2 \sqrt{\frac{N_- \cdot N_+}{(N_+ + N_-)^3}} \end{aligned}$$

Dabei wurde verwendet, dass der Fehler auf die Zählraten gegeben ist durch $\sigma_{N_{\pm}} = \sqrt{N_{\pm}}$.

Diese Formel wird bei der Mittelwertmethode verwendet, um den Fehler auf jede Einzelmessung zu bestimmen. Bei der Summenformel wird sie lediglich auf die Summe der Zählraten angewandt.

Bei der Mittelwertmethode wird zusätzlich noch der Fehler auf den Mittelwert errechnet. Dies geschieht mit den Fehlern der Einzelmessungen und wiederum Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{E}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial E_i} \sigma_{E_i} \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial}{\partial E_i} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_j \right) \cdot \sigma_{E_i} \right)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{\partial E_j}{\partial E_i} \cdot \sigma_{E_i} \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \cdot \sigma_{E_i} \right)^2} \\ &= \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{E_i}^2} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{E_i}^2} \end{aligned}$$

12 Mittelwertmethode

Zuerst berechnet man für jeden Messpunkt die Asymmetrie E_i :

$$E_i = \frac{N_{i,+} - N_{i,-}}{N_{i,+} + N_{i,-}}$$

Für den Fehler auf die Asymmetrie eines einzelnen Messpunkts verwendet man die oben angegebene Formel. Für unsere Messdaten ergab sich:

$$0,0081 \lesssim \sigma_{E_i} \lesssim 0,0093$$

Danach wird der Mittelwert der Asymmetrie \bar{E} berechnet ($n = 36$):

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \approx 0,01346$$

Um den Fehler $\sigma_{\bar{E}}$ auf den Mittelwert \bar{E} zu bestimmen, verwendet man die definierte Standardabweichung des Mittelwerts:

$$\sigma_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2} \approx 0,00307$$

Man hat also mit der Mittelwertmethode diesen Wert für die mittlere Asymmetrie:

$$\bar{E} \approx 0,01346 \pm 0,00307_{stat}$$

13 Summenmethode

Als Summe der Einzelmessungen ergibt sich

$$\begin{aligned} N_+^{(S)} &= 260564 \\ N_-^{(S)} &= 253407 \end{aligned}$$

Hieraus bestimmt man wieder die Asymmetrie $E^{(S)}$:

$$E^{(S)} = \frac{N_+^{(S)} - N_-^{(S)}}{N_+^{(S)} + N_-^{(S)}} = 0,01392$$

Wieder verwendet man die oben angegebene Formel, um den Fehler auf die Asymmetrie zu erhalten:

$$\sigma_{E^{(S)}} = 2 \sqrt{\frac{N_-^{(S)} \cdot N_+^{(S)}}{(N_+^{(S)} + N_-^{(S)})^3}} \approx 0,00139$$

Mit der Summenmethode erhält man also für die Asymmetrie $E^{(S)}$:

$$E^{(S)} \approx 0,01392 \pm 0,00139_{stat}$$

14 Gewichtete Mittelwertmethode

Hier wird zuerst wie bei der Mittelwertmethode die Asymmetrie und der Fehler auf die Asymmetrie für jeden Messpunkt ermittelt.

Danach wird der Mittelwert berechnet, indem man ein χ^2 -Minimierung an dieser Formel durchführt

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(E_i - \bar{E})^2}{\sigma_{E_i}^2}$$

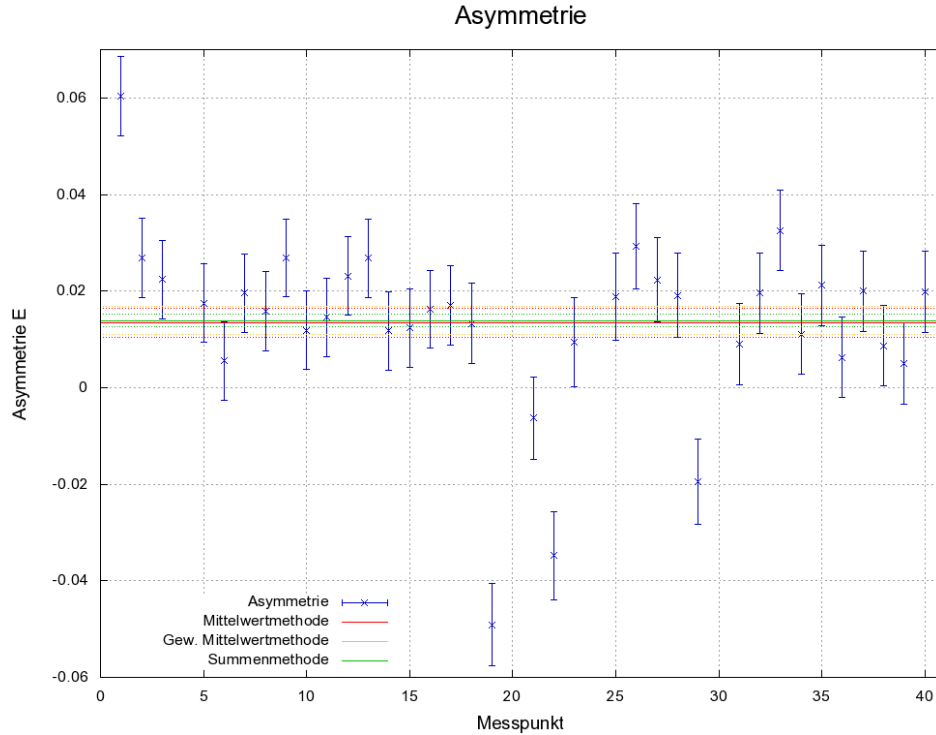
und daraus \bar{E} bestimmt.

$$\bar{E} \approx 0,01393 \pm 0,00300_{stat}$$

15 Bestimmung der Polarisation P_C und der Helizität H

Mit den drei verschiedenen Methoden haben wir in den vorigen Abschnitten folgende Werte für die Asymmetrie E ermittelt:

Mittelwertmethode	$E \approx 0,01346 \pm 0,00307_{stat}$
Summenmethode	$E \approx 0,01392 \pm 0,00139_{stat}$
Gewichtete Mittelwertmethode	$E \approx 0,01393 \pm 0,00300_{stat}$



Aus diesen Werten kann man die Polarisation mit der Formel

$$P_C = \frac{E}{f \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} = \frac{E}{\frac{2}{26} \cdot 0,52} = 25 \cdot E$$

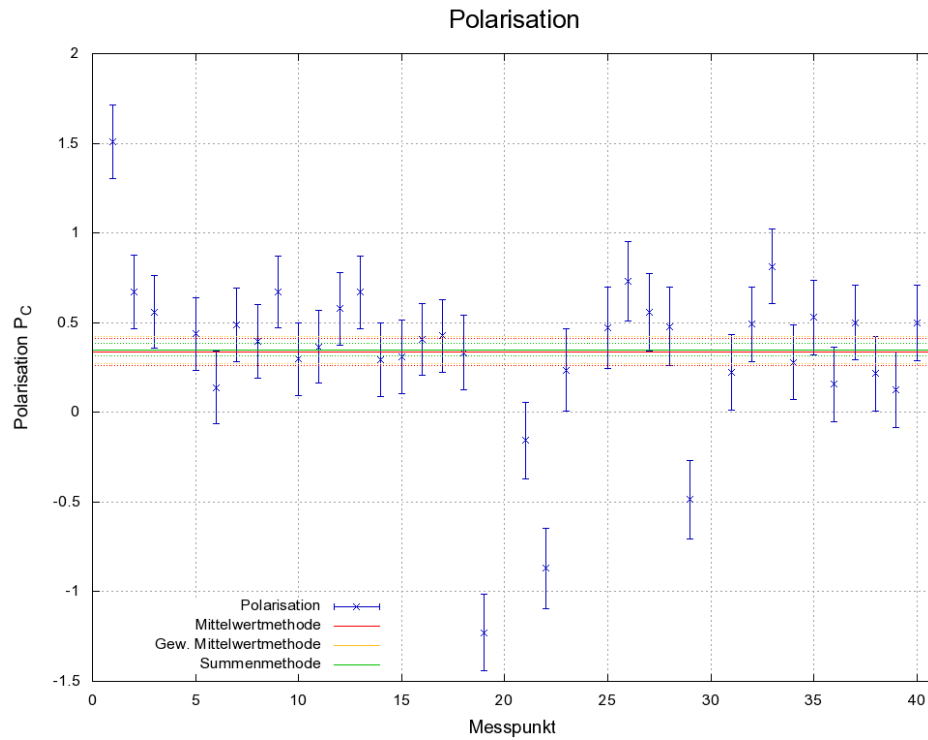
berechnen. Den statistischen und systematischen Fehler bestimmt man mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung bzw. Größtfehleraddition:

$$\sigma_{P_C} = \frac{\sigma_E}{f \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}}$$

$$\Delta P_C = \frac{E \cdot \left(\Delta \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} \right)}{f \cdot \left(\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} \right)^2}$$

Wir erhalten folgende Werte:

Mittelwertmethode	$P_C \approx 0,336 \pm 0,077_{stat} \pm 0,032_{sys}$
Summenmethode	$P_C \approx 0,348 \pm 0,035_{stat} \pm 0,033_{sys}$
Gewichtete Mittelwertmethode	$P_C \approx 0,348 \pm 0,075_{stat} \pm 0,033_{sys}$

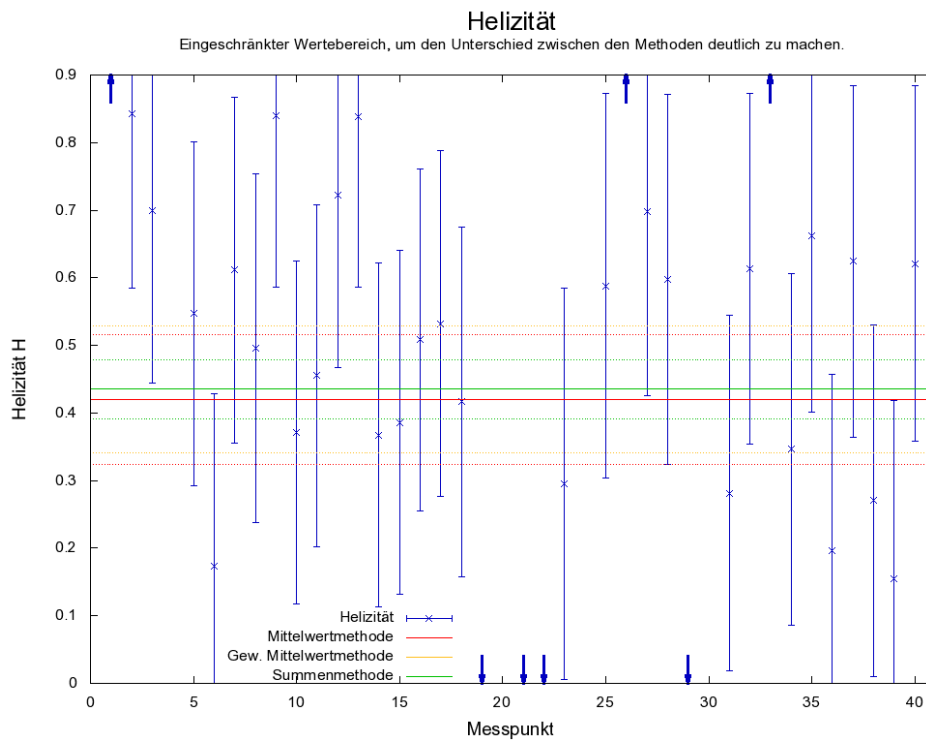
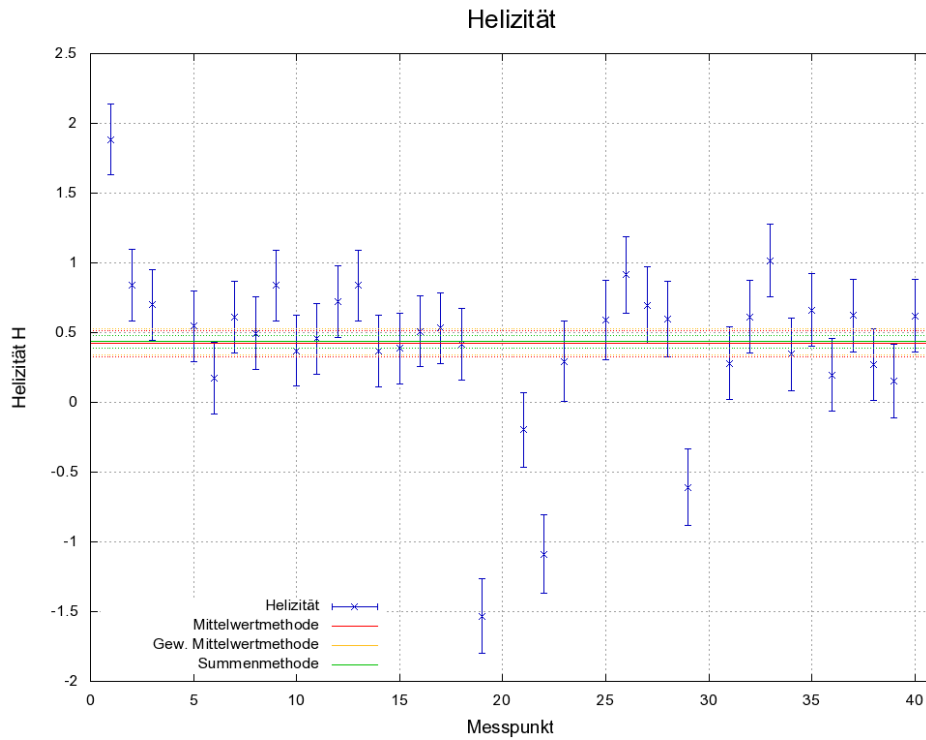


Um aus den Werten für die zirkulare Polarisation P_c der Photonen auf die Helizität H der Elektronen zu schließen, muss man den Helizitätsübertrag L abschätzen. Dieser wird mit Hilfe des Diagramms aus dem „blauen Buch“ [1] bestimmt. Wir schätzen einen Wert von $L = 0,8 \pm 0,1$. Die Helizität H , ihr statistischen Fehler σ_H und systematischer Fehler ΔH werden mit diesen Formel berechnet:

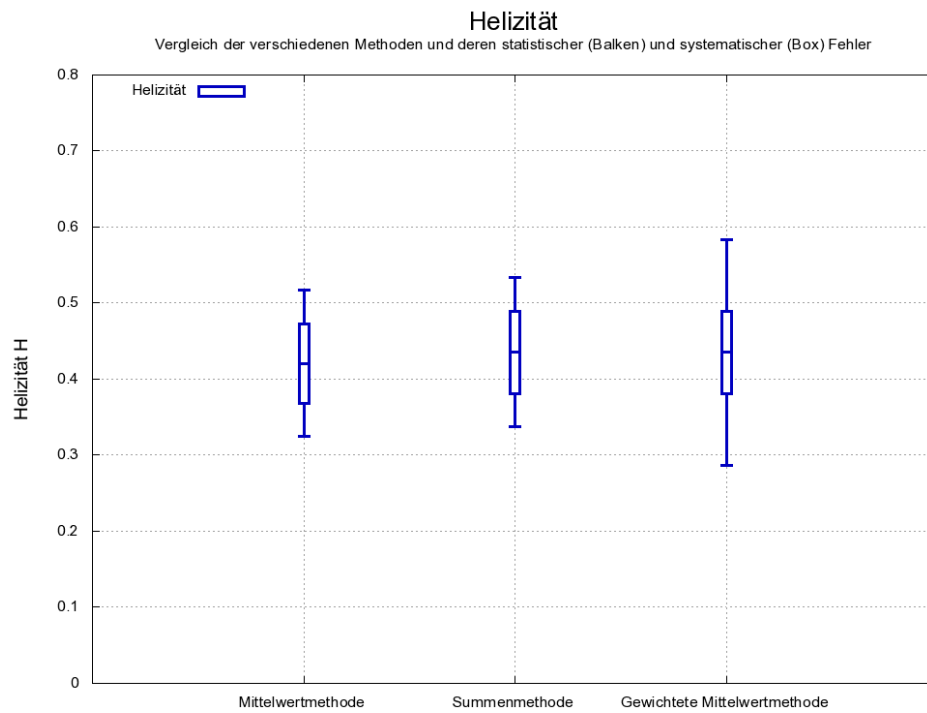
$$H = \frac{P_c}{L}, \quad \sigma_H = \frac{\sigma_{P_c}}{L}, \quad \Delta H = \left| \frac{P_c}{L^2} \Delta L \right| + \left| \frac{\Delta P_c}{L} \right|$$

Es ergeben sich für die drei Methoden folgende Werte

Mittelwertmethode	$H \approx 0,421 \pm 0,096_{stat} \pm 0,093_{sys}$
Summenmethode	$H \approx 0,435 \pm 0,044_{stat} \pm 0,096_{sys}$
Gewichtete Mittelwertmethode	$H \approx 0,435 \pm 0,094_{stat} \pm 0,096_{sys}$



Wir erhalten also für die Helizität mit allen drei Methoden deutlich von Null verschiedene Werte, die sich kaum voneinander unterscheiden. Im folgenden Diagramm wurde die durch die drei Methoden ermittelte Helizität zusammen mit den systematischen und statistischen Fehlern dargestellt:



Aufgrund der obigen Ausführungen, kommen wir also zu dem Schluss, dass die Parität bei der schwachen Wechselwirkung verletzt ist. Der Notarzt wurde von uns bereits verständigt...